代官山MEDICAL

２０２２年入試ズバリ的中！（数学編）

２０２２年の昭和大学の入試において，

積分漸化式の問題が完全に的中！

代官山 *MEDICAL*　教材

２０２１年　*High Level*　医学部の数学②(テストゼミ)(応用)

n を正の整数とする。$I_n = \int_0^1 (1-x^2)^{\frac{n}{2}}\,dx$ のとき，次の問いに答えよ。

(1)　$I_{n+2} = \dfrac{n+2}{n+3} I_n$ を示せ。　　(2)　(1)を用いて I_5 を求めよ。

的中！

入試問題

２０２２年　昭和大学Ⅰ期　大問３(２)

$I_n = \int_0^1 (1-x^2)^{\frac{n}{2}}\,dx$ について，次の問いに答えよ。ただし，n は正の整数とする。

(2-1)　I_1 を求めよ。

(2-2)　I_n と I_{n+2} との間に成り立つ関係を求めよ。

(2-3)　I_5 を求めよ。

数値まで完全に一致！

２０２２年の昭和大学の入試において，

盲点となりがちな n 進法に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL*　教材

２０２１年　第６回　医学部合格判定模試

5 種類の数字 0, 1, 2, 3, 4 を用いて表される自然数を，次のように小さい方から順に並べる。

$$1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14, 20, 21, 22, \cdots$$

2022 番目の数は ［(き)］ であり，2022 は ［(く)］ 番目の数である。

5 進法で表すと…

$$1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,\cdots\cdots$$ （正の整数）

$$2,4,6,8,10,12,14,16,18,20,\cdots\cdots$$ （正の偶数）

4 進法で表すと…

入試問題

２０２２年　昭和大学Ⅱ期　大問２(２)

4 種類の数字 0, 1, 2, 3 を用いて表現された自然数を，次のように小さい方から順に並べる。

$$2, 10, 12, 20, 22, 30, 32, 100, 102, 110, 112, 120, 122, 130, 132, 200, \cdots\cdots$$

次の問に答えよ。

(a) 第 1489 項目の数値はいくつか。

(b) 2022 が現れるのは第何項目か。

類題経験があれば，4 進法で表すという発想にたどり着けたことでしょう。
代官山 *MEDICAL* の医学部合格判定模試では，このような盲点になりがちな問題もしっかりと扱います！

２０２２年の昭和大学・日本大学の入試において，

垂心・外心のベクトルに関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL*　教材

２０２１年　*High Level* 医学部の数学①

三角形の重心，外心，垂心は一直線上にあることが知られている。この事実を具体的な三角形において確認しよう。

三角形 OAB の各辺の長さが $\mathrm{OA}=4$，$\mathrm{OB}=3$，$\mathrm{AB}=\sqrt{17}$ として，いま，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ とする。

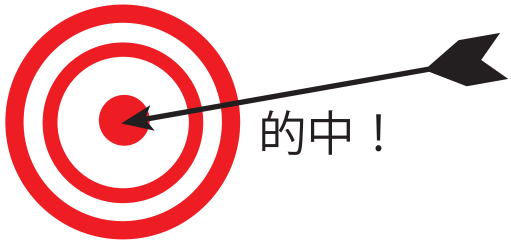
(1) 2 つのベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ の内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2) 三角形 OAB の重心を G とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(3) 三角形 OAB の垂心を H とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(4) 三角形 OAB の外心を R とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(5) 点 R，H，G は一直線上にあることを示せ。



入試問題

２０２２年　昭和大学Ⅰ期　大問２

$\triangle\mathrm{OAB}$ において，$\mathrm{OA}=2$，$\mathrm{OB}=\sqrt{5}$，$\mathrm{AB}=\sqrt{3}$ とし，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。次の各問いに答えよ。ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。

(2) $\triangle\mathrm{OAB}$ の垂心 H について $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) 線分 OH を延長し線分 AB との交点を D とする。

　(a) 線分 AD の長さ ℓ_1 を求めよ。

　(b) 線分 OD の長さ ℓ_2 を求めよ。

(4) $\triangle\mathrm{OAB}$ の外接円の半径 R を求めよ。

(5) $\triangle\mathrm{OAB}$ の外心 G について $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

テキストと同じ内容が出題！

２０２２年　日本大学Ⅱ期　大問３

$\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\mathrm{AB}=3$，$\mathrm{AC}=2$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=-1$ とする。

(1) A から直線 BC に下ろした垂線を AD とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\dfrac{\boxed{26}}{\boxed{27}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{28}}{\boxed{29}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である。

(2) $\triangle\mathrm{ABC}$ の垂心を H とすると，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\dfrac{\boxed{30}\,\boxed{31}}{\boxed{32}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boxed{33}\,\boxed{34}}{\boxed{35}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ である。

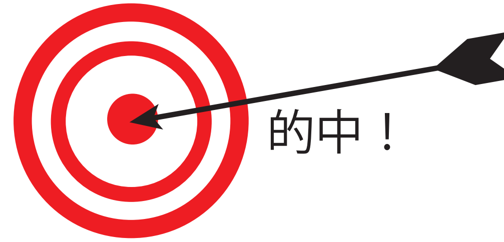
２０２２年の聖マリアンナ医科大学の入試において，

空間の２直線の距離に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL*　教材

２０２１年　*High Level* 医学部の数学②

座標空間で点 $(3,\ 4,\ 0)$ を通りベクトル $\vec{a}=(1,\ 1,\ 1)$ に平行な直線を ℓ，点 $(2,\ -1,\ 0)$ を通りベクトル $\vec{b}=(1,\ -2,\ 0)$ に平行な直線を m とする。点 P は直線 ℓ 上を，点 Q は直線 m 上をそれぞれ勝手に動くとき，線分 PQ の長さの最小値を求めよ。



入試問題

２０２２年　聖マリアンナ医科大学前期　大問２

点 O を原点とする座標空間において 3 点 $\mathrm{A}(0,\ 2,\ 0)$，$\mathrm{B}(a,\ 2-a,\ 0)$，$\mathrm{C}\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2},\ 1\right)$ とする。a を 0 でない実数とするとき，以下の設問(1)〜(4)の $\boxed{\text{ク}}$ 〜 $\boxed{\text{シ}}$ にあてはまる数を解答用紙の所定の欄に記入せよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ のなす角 θ $\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ を求めると $\theta=\boxed{\text{ク}}$ である。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2$ と内積 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を a を用いて表すと

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2=\boxed{\text{ケ}}\,a^2,\quad \overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\boxed{\text{コ}}\,a$$

である。

(3) $\triangle\mathrm{OBC}$ と $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積が等しいとき $a=\boxed{\text{サ}}$ である。

(4) 直線 AB 上の点 P と直線 OC 上の点 Q の距離の最小値は $\boxed{\text{シ}}$ である。

テキストと同じ内容が出題！

代官山MEDICAL

２０２３年入試ズバリ的中！（推薦入試 数学編）

２０２３年度の藤田医科大学の入試において，

無理数に関する問題が完全に的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　高３*High Level*　医学部の数学Ⅲ(2 学期)

(1) $\sqrt{2}$ が無理数であることを示せ。

(2) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ が無理数であることを示せ。

完全に的中！

完全に同じ解法で解ける問題が出題！

入試問題

２０２３年度　藤田医科大学（藤田みらい入試）　第２問

次の問いに答えよ。

(1) $\sqrt{3}$ が無理数であることを示せ。

(2) a，b が有理数であるとき，$a+b\sqrt{3}=0$ が $a=b=0$ の必要十分条件であることを示せ。

(3) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ が無理数であることを示せ。

数値まで完全に一致！

２０２３年度の福岡大学の入試において，

回転体の体積に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　高３*High Level* 医学部の数学Ⅲ(2 学期)

曲線 C_1 : $y=\log x$ および C_2 : $y=\log(x+1)$ について，次の問いに答えよ。ただし，対数は自然対数とする。

(1) 原点 $(0,\ 0)$ と $(1,\ 0)$ をむすぶ線分，曲線 C_1，曲線 C_2 および $x=t$ (ただし $t>1$) で囲まれた部分を y 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積 $V(t)$ を求めよ。

(2) $\lim\limits_{t\to\infty} V'(t)$ を求めよ。ただし，$V'(t)=\dfrac{d}{dt}V(t)$ である。

入試問題

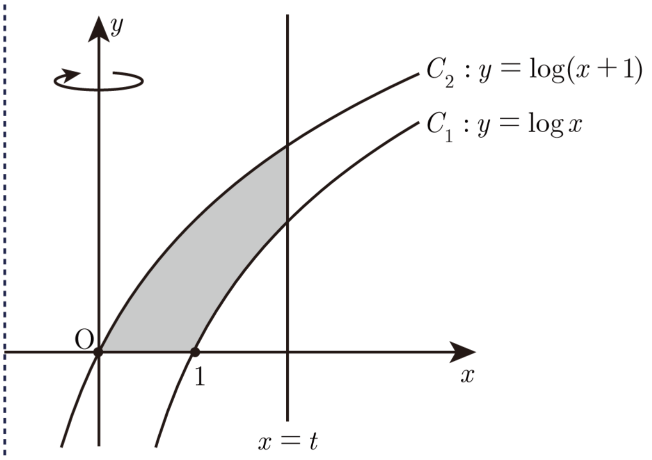
２０２３年度　福岡大学（推薦）　大問２（２）

座標平面において，2 曲線 $y=\log x$，$y=\log(x+1)$ と直線 $x=2$ および x 軸で囲まれた図形を D とするとき，次の問に答えよ。ただし，対数は自然対数とする。

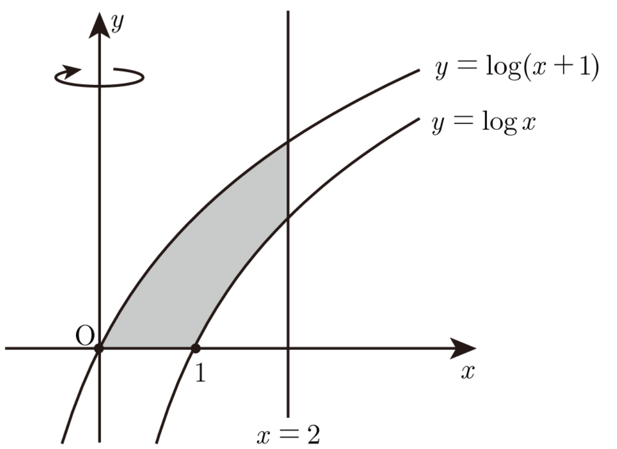
(ⅰ) 図形 D の面積を求めよ。

(ⅱ) 図形 D を，y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ。

代官山 *MEDICAL* 教材



入試問題



$t=2$ とすると，完全に一致！

２０２３年度の近畿大学の入試において，

外心を始点とするベクトルに関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL*　教材

２０２２年　高３*High Level* 医学部の数学ⅠＡⅡＢ

点 O を中心とする半径 1 の円に内接する鋭角三角形 ABC において，辺 BC と直線 AO との交点を M とする。$5\overrightarrow{\mathrm{OA}}+4\overrightarrow{\mathrm{OB}}+3\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{0}$ が成り立っているとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を求めよ。

(2) BC の長さを求めよ。

(3) BM の長さを求めよ。

(4) $\cos\angle\mathrm{BOM}$ を求めよ。

的中！

入試問題

２０２３年度　近畿大学（推薦）　大問２

座標平面上の原点 O を中心とする半径 2 の円周上に 3 点 A, B, C がある。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ として，$4\vec{a}+5\vec{b}+3\vec{c}=\vec{0}$ を満たすとする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\boxed{アイウ}}{\boxed{エ}}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\dfrac{\boxed{オカキ}}{\boxed{ク}}$，$\vec{c}\cdot\vec{a}=\boxed{ケ}$ である。

(2) $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|^2=\dfrac{\boxed{コサ}}{\boxed{シ}}$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|^2=\boxed{ス}$ である。

(3) 三角形 ABC の面積は $\dfrac{\boxed{セソ}}{\boxed{タ}}$ である。

(4) 点 A の座標が $(2,\ 0)$ であり，点 C の y 座標が正であるとき，点 B の座標は

$\left(\dfrac{\boxed{チツ}}{\boxed{テ}},\ \dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}\right)$，点 C の座標は $\left(\boxed{ヌ},\ \boxed{ネ}\right)$ である。

テキストと同じ内容が出題！

代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の杏林大学の入試において，

曲面の面積に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　*High Level* 医学部の数学③

半径 1 の円柱を，底面の直径を含み底面と角 α $\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$ をなす平面で切ってできる小さい方の立体を考える。ただし，円柱の高さは $\tan\alpha$ 以上であるとする。

(1) この立体の体積 V を求めよ。

(2) 切り口の面積 A を求めよ。

(3) この立体の側面積 B を求めよ。

的中！

弧の長さを利用する手法を学習済み！

入試問題

２０２３年　杏林大学［Ⅲ］

座標空間において原点 O を中心とする半径 1 の円 C が xy 平面上にあり，$x>0$ の領域において点 A$(0,\ -1,\ -0)$ から点 B$(0,\ 1,\ 0)$ まで移動する C 上の動点を P とする。

(1) 下記の 2 条件を満たす直角三角形 PQR を考える。

- 点 Q は C 上にあり，直線 PQ は x 軸に平行である。
- 点 R の z 座標は正であり，直線 PR は z 軸に平行である。

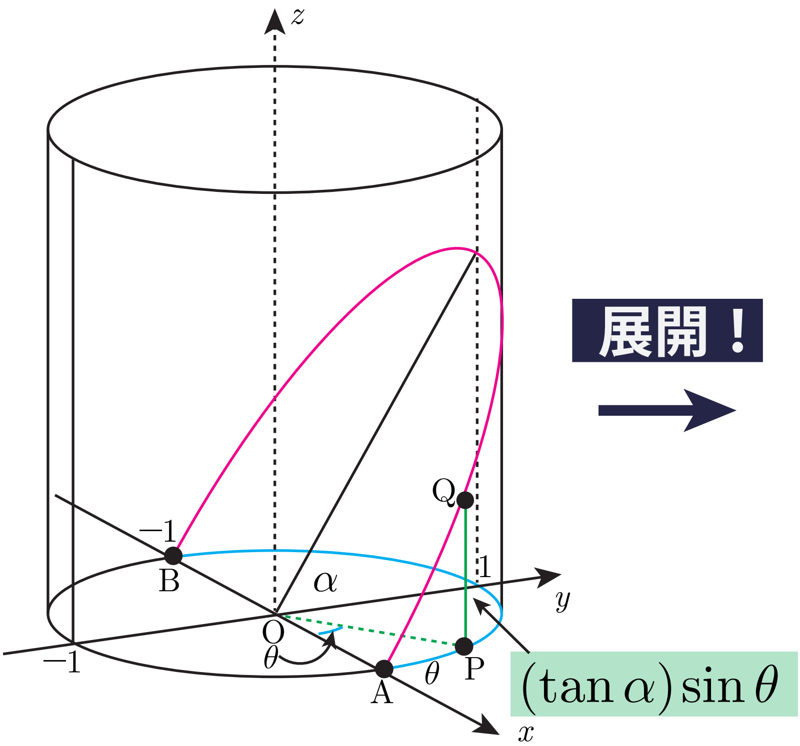
点 P が点 A から点 B まで移動するとき，三角形 PQR の周および内部が通過してできる立体 V について，以下の問いに答えよ。

(a) 点 P が点 A のから点 B まで移動するとき，線分 PR が通過してできる曲面の展開図は，横軸に弧 AP の長さ，縦軸に線分 PR の長さをとったグラフを考えればよく，$\boxed{\ ア\ }$ で表される概形となり，その面積は $\boxed{\ イ\ }$ である。

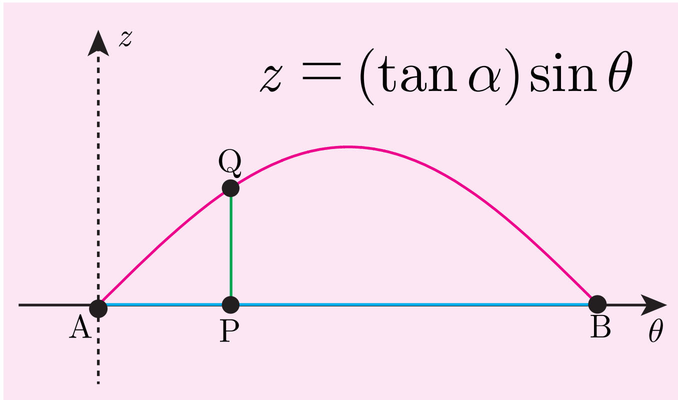
(以下省略)

完全に同じ解法で解ける！

代官山 *MEDICAL* 教材

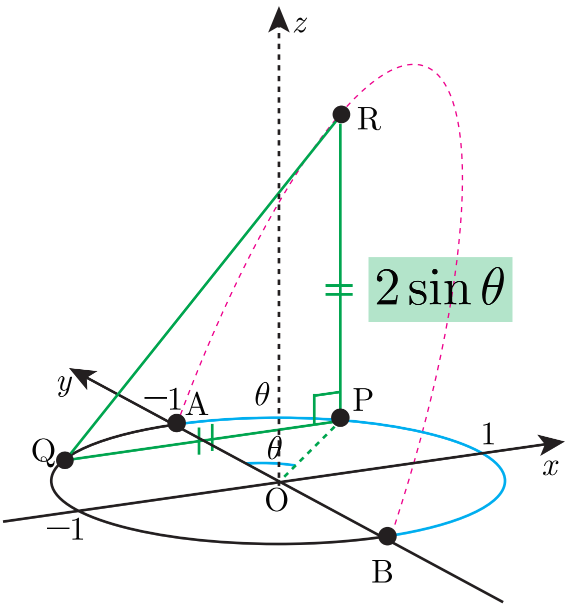


展開！

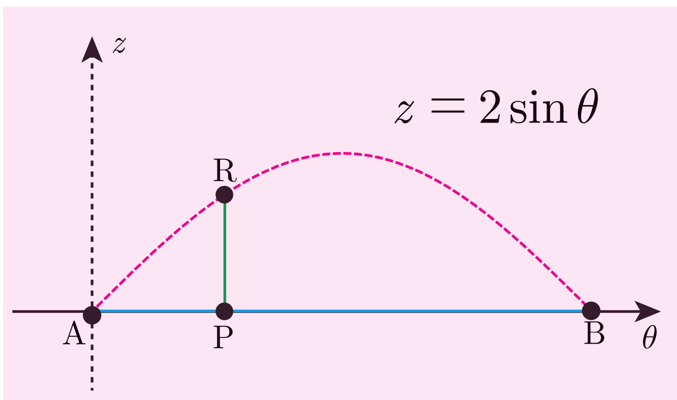


答えがほぼ一致！

入試問題



展開！



代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の関西医科大学（前期）の入試において，

定積分に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

[１]　２０２２年　高３*High Level* 医学部の数学Ⅲ（春期）
[２]　２０２２年　高３*High Level* 医学部の数学Ⅲ（２学期）
[３]　２０２２年　*High Level* 医学部の数学①
[４]　２０２２年　夜間学習（２学期）*High/Top Level* $\boxed{6}$(6)

[１] 春期

次の定積分を求めよ。

(1)〜(3)（省略）　(4) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2+1}\,dx$

類題演習

[２] ２学期

問１ 関数 $\log\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$ の導関数を考えることにより，不定積分 $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\,dx$ を求めよ。なお積分定数は省略してよい。

[３] １学期

$x+\sqrt{x^2+4}=t$ と置換することにより次の定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\,dx$　　(2) $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{x^2+4}\,dx$

類題演習

[４] ２学期

(6) 不定積分 $\displaystyle\int \sqrt{x^2+1}\,dx$ を求めよ。

誘導が完全に一致！

２学期→入試本番！

ほぼ同じ関数の積分！

入試問題

２０２３年　関西医科大学（前期）　Ⅳ

問題②

(3) $f(x)=\log\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)$ とするとき，$f'(x)$ を求めよ。また，不定積分 $\displaystyle\int 2\sqrt{x^2+4}\,dx$ を求めよ。

代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の近畿大学（前期）の入試において，

整数 / データの分析に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

[１]　２０２２年　*High Level* 医学部の数学②
[２]　２０２２年　夜間学習（２学期）*High/Top Level*　[7](4)

[１] 2 つ以上の連続する自然数の和が 50 であるとき，この連続する自然数の組をすべて求めよ。

[２] a を実数とする。このとき 5 つの値 $a+2$，$a-3$，$a+4$，$a-1$，$a+3$ からなるデータの平均値は $\boxed{\text{ア}}$ であり，分散は $\boxed{\text{イ}}$ である。

a，n を自然数とする。
初めの自然数を a とし，連続する自然数の個数を n とすると，

$$a+(a+1)+\cdots\cdots+(a+(n-1))=50$$

求める平均値を m，分散を s^2 とする。
5 つの値 $a+2$，$a-3$，$a+4$，$a-1$，$a+3$ の各々のデータから a を引くと，2，-3，4，-1，3 となる。
この a を引いたデータに対して計算した平均値を m'，分散を s'^2 とすると，　$m=m'+a$，$s^2=s'^2$　が成り立つ。

完全に同じ解法！

(1)　a から始まる連続する n 個の整数の和が 2023 になるので，

$$a+(a+1)+\cdots\cdots+(a+(n-1))=2023$$

求める平均値を m，分散を s^2 とする。
n 個の整数 a $a+1$ $a+2$，……，$a+(n-1)$　の各々から a を引くと，0，1，2，……，$n-1$ となる。
この a を引いた整数に対して計算した平均値を m'，分散を s'^2 とすると，　$m=m'+a$，$s^2=s'^2$　が成り立つ。

入試問題

２０２３年　近畿大学（前期）　[3]

a を整数，n を 2 以上の整数として，次の問いに答えよ。

(1)　a から始まる連続する n 個の整数の和が 2023 になる a と n の組み合わせについて考える。
　(ⅰ)　全部で何通りあるか。
　(ⅱ)　a と n がともに奇数となるのは何通りあるか。

(2)　a から始まる連続する n 個の整数の平均値を $\overline{x}$，分散を s^2，標準偏差を s とする。
　(ⅰ)　$\overline{x}$ を a と n の式で表せ。　　　(ⅱ)　s^2 を n の式で表せ。

（以下略）

的中！

代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の埼玉医科大学の入試において，
定積分に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　*High Level* 医学部の数学②テストゼミ（応用）

次の問いに答えよ。

(1) 等式 $(1+\tan x)\cos x = A\cos(B-x)$ が x についての恒等式になるように，定数 A，B の値を定めよ。ただし，$A>0$ とする。

(2) 区間 $[0,\ a]$ で連続な関数 $f(x)$ に対して，$a-x=t$ とおくことにより，

$$\int_0^a f(a-x)dx = \int_0^a f(t)dt$$ が成り立つことを示せ。

(3) (1), (2)を利用して，定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1+\tan x)dx$ の値を求めよ。ただし，$\log x$ は x の自然対数を表す。

入試問題

２０２３年 埼玉医科大学（前期）　2

次の文章を読み，下の問い(問 1〜3)の各枠に当てはまる符号または数字をマークせよ。

$$I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\log\left(\frac{\cos x}{\sin x}+1\right)dx$$ とする。

問 1　定積分 $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\log\left\{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right\}dx$ において，変数 x を $x+\dfrac{\pi}{4}=\pi-\theta$ により θ に置き換え，再び θ を x と書き換えることで

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\log\left\{\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right\}dx=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\log\left(\boxed{10}\right)dx$$

と変形できる。

$\boxed{10}$ に入る最も適切なものを，次の①〜⑧のうちから 1 つ選べ

(選択肢省略)

問 2　任意の実数 x に対して，

$$\sin x+\cos x=\sqrt{\boxed{11}}\sin\left(x+\frac{\pi}{\boxed{12}}\right)$$

が成り立つ。

問 3　$I=\dfrac{\pi}{\boxed{13}}\log\boxed{14}$ である。

的中！ 定積分 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\log(1+\tan x)dx$

$$I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\log\left(\frac{\cos x}{\sin x}+1\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\log(1+\tan t)\,dt$$

$\left(x=\dfrac{\pi}{2}-t\right.$ と置換$\left.\right)$

実は関数が一致！⇒当然誘導も一致！

代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の久留米大学(前期)の入試において，

ベクトルに関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　夜間学習（２学期）*High/Top Level*　$\boxed{7}$(6)

平面上のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $|\vec{a}+3\vec{b}|=1$, $|3\vec{a}-\vec{b}|=1$ を満たすように動く。このとき $|\vec{a}+\vec{b}|$ の最大値を R, 最小値を r とする。R と r を求めよ。

的中！

入試問題

２０２３年　久留米大学（前期）　1

ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ が $|\vec{a}-\vec{b}|=1$, $|3\vec{a}+2\vec{b}|=3$ を満たしているとき，

(1) $|\vec{a}|^2$ と $|\vec{b}|^2$ を $\vec{a}\cdot\vec{b}$ だけで表すと，

$$|\vec{a}|^2=\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\,\vec{a}\cdot\vec{b},\ |\vec{b}|^2=\boxed{\text{ウ}}\,\vec{a}\cdot\vec{b}$$

である。

(2) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ のとりうる値の範囲は，

$$\boxed{\text{エ}}\leqq\vec{a}\cdot\vec{b}\leqq\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$$

である。

(3) と同じ方法で解ける！

(3) $|\vec{a}+\vec{b}|$ のとりうる値の最大値と最小値は，

$$\text{最大値}\ \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\ \text{最小値}\ \boxed{\text{コ}}$$

である。

差がつく１問を
テキストで学習済み！

※２０２３年の帝京大学(１日目)の入試においても
同様の問題が出題されています。

２０２３年の**久留米大学（前期）**の入試において，

確率に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　*High Level*　医学部の数学②テストゼミ（応用）

数直線の原点上にある点が，以下の規則で移動する試行を考える。

（規則）　さいころを振って出た目が奇数の場合は，正の方向に 1 移動し，出た目が偶数の場合は，負の方向に 1 移動する。

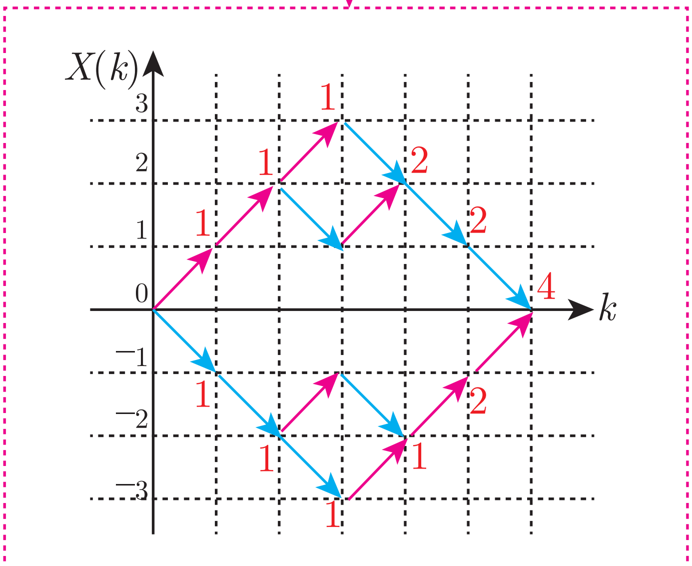
k 回の試行の後の，点の座標を $X(k)$ とする。

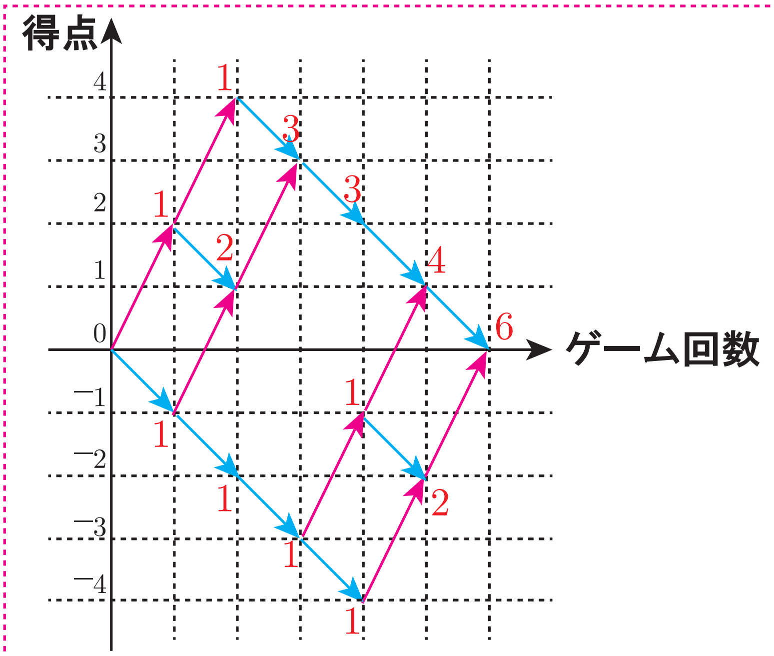
(1)　$X(10)=0$ である確率を求めよ。

(2)　$X(1)\neq 0$，$X(2)\neq 0$，……，$X(5)\neq 0$ であって，かつ，$X(6)=0$ となる確率を求めよ。

(3)　$X(1)\neq 0$，$X(2)\neq 0$，……，$X(9)\neq 0$ であって，かつ，$X(10)=0$ となる確率を求めよ。

的中！





入試問題

２０２３年　久留米大学（前期）　２

どの目も等しい確率で出る 1 個のサイコロを 1 回投げ，出た目が 3 の倍数ならば 2 点が加算され，3 の倍数でなければ 1 点が減点されるゲームを繰り返し行う。最初の持ち点を 0 点とするとき，

(1)　3 回目のゲーム終了時に 0 点となる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である。

(2)　6 回目のゲーム終了時にはじめて 0 点となる確率は $\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソタチ}}$ である。

(3)　3 回目のゲーム終了時に 0 点となり，9 回目のゲーム終了時に 2 回目の 0 点となる確率は $\dfrac{\boxed{ツテト}}{\boxed{ナニヌネ}}$ である。

(4)　9 回目のゲーム終了時にはじめて 0 点となる確率は $\dfrac{\boxed{ノハヒ}}{\boxed{フヘホマ}}$ である。

完全に同じ方法で解ける！

２０２３年の久留米大学（前期）の入試において，

格子点に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　*High Level*　医学部の数学②テストゼミ（応用）

$y=x2^x$ と x 軸および直線 $x=n$ とで囲まれた領域(境界線上の点を含む)を
D_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおくとき

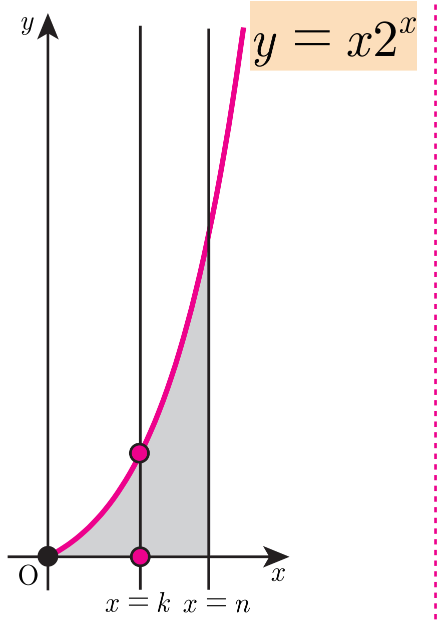
(1)　D_n の面積 A_n を求めよ。

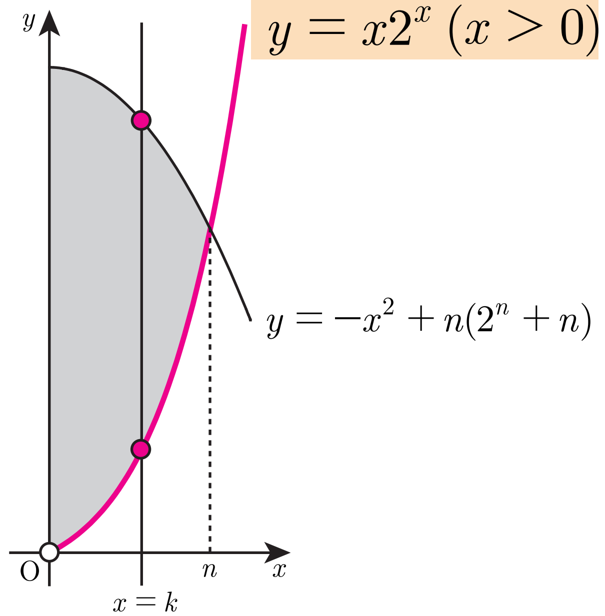
(2)　D_n に含まれる格子点の個数 B_n を求めよ。ここで格子点とは，x 座標と y 座標がともに整数である点を意味する。

(3)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{B_n}{A_n}$ を求めよ。

的中！

扱いにくい
境界線を
授業で
確認済み！





入試問題

２０２３年　久留米大学（前期）　３

n を正の整数とする。連立不等式

$$\begin{cases} y \geqq 2^{\log_2 x+x} \\ y \leqq -x^2+n(2^n+n) \end{cases}$$

で表される領域を D_n とする。ただし，x 座標と y 座標がともに整数となる点を「格子点」と呼ぶものとする。

$$y=2^{\log_2 x+x} \iff y=x2^x\quad(x>0)$$

(1)　D_2 に含まれる格子点の個数は $\boxed{ミム}$ 個である。

(2)　$S=1\cdot2+2\cdot2^2+3\cdot2^3+\cdots+n\cdot2^n$ とするとき，

$$S=\left(n-\boxed{メ}\right)\cdot2^{n+\boxed{モ}}+\boxed{ヤ}$$

である。

(3)　D_n に含まれる格子点の個数を n を用いて表すと，

$$\frac{\boxed{ユ}}{\boxed{ヨ}}n^3-\frac{\boxed{ラ}}{\boxed{リ}}n^2+\frac{\boxed{ル}}{\boxed{レ}}n-\boxed{ロ}+\left(n^2-\boxed{ワ}n+\boxed{ン}\right)\cdot2^n$$

である。

完全に同じ
方法で解ける！

代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の順天堂大学の入試において，
複素数平面に関する問題が的中！

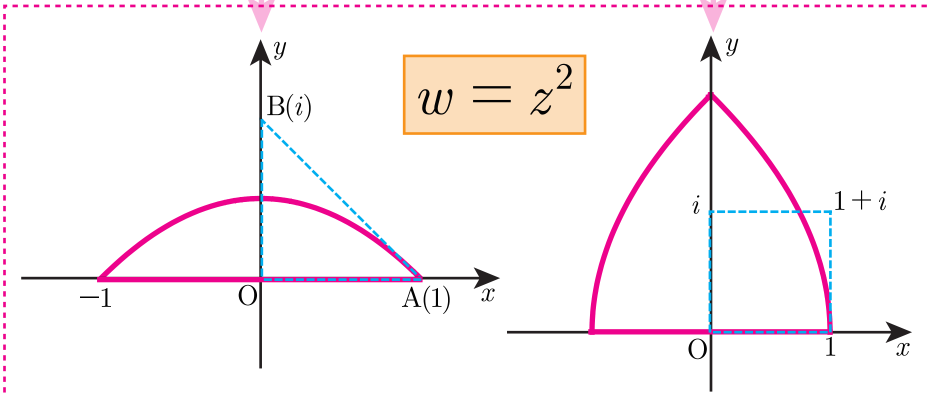
代官山 *MEDICAL* 教材

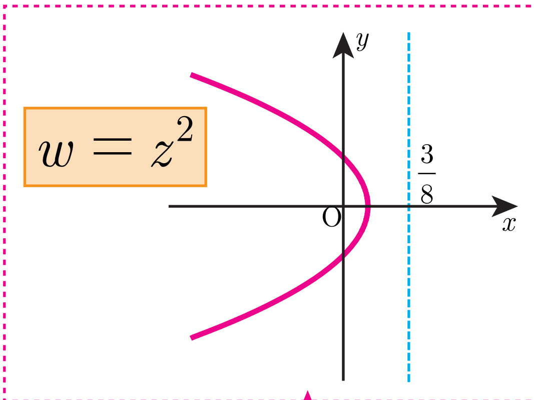
[１]　２０２２年　高３*High Level* 医学部の数学Ⅲ（１学期）
[２]　２０２２年　高３*High Level* 医学部の数学Ⅲ
過去問演習２３－２

[１] 複素数平面上で点 $\mathrm{P}(z)$ が原点と点 $\mathrm{A}(1)$，$\mathrm{B}(i)$ を頂点とする三角形の周上を動くとき，$w=z^2$ を満たす点 $\mathrm{Q}(w)$ が描く図形を図示せよ。

[２] 複素数 z が複素数平面上の 4 点 $z=0$，$z=1$，$z=1+i$，$z=i$（i は虚数単位）を頂点とする正方形の周上を動くとき，z^2 がこの平面上で描く図形の囲む面積を求めよ。

出典：東京女子医科大学 1975 年





入試問題

z と w の関係式が完全に一致！

２０２３年　順天堂大学　$\boxed{1}$(1)(a)

(1) (a) 複素数 z に対して，$w=z^2$ とおく。点 z が複素平面上の点 $\dfrac{3}{8}$ を通り，虚軸に平行な直線上を動くとする。このとき，$z=\dfrac{3}{8}+yi$，$u=u+vi$ とおくと $u=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}-\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}v^{\boxed{キ}}$ という関係が得られるので，点 w は複素平面上で実軸と点 $\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}$ で交わり，虚軸と $\pm\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シス}}i$ の 2 点で交わる放物線を描く。

的中！

代官山MEDICAL

２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の昭和大学（Ⅰ期）の入試において，

ベクトルに関する問題が的中！

代官山MEDICAL 教材

２０２２年　夜間学習（２学期）High/Top Level　$\boxed{7}$(6)

平面上のベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ が $|\vec{a}+3\vec{b}|=1$, $|3\vec{a}-\vec{b}|=1$ を満たすように動く。このとき $|\vec{a}+\vec{b}|$ の最大値を R , 最小値を r とする。R と r を求めよ。

的中！

入試問題

２０２３年　昭和大学（Ⅰ期）　$\boxed{2}$

同一平面上にあるベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は $|\vec{a}+3\vec{b}|=5$, $|3\vec{a}-\vec{b}|=5$ をみたすように動く。
このとき，$|\vec{a}+\vec{b}|$ の値がとりうる範囲を不等式を用いて表せ。

差がつく１問をテキストで確認済み！

※２０２３年の帝京大学（１日目），久留米大学（前期）の入試においても同様の問題が出題されています。

代官山*MEDICAL*
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の昭和大学（Ⅰ期）の入試において，

複素数平面に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

［１］ *High Level* 医学部の数学①

$\theta=\dfrac{2\pi}{7}$，$\alpha=\cos\theta+i\sin\theta$，$\beta=\alpha+\alpha^2+\alpha^4$ のとき

(1)　$\overline{\alpha}=\alpha^6$ を示せ。

(2)　$\beta+\overline{\beta}$，$\beta\overline{\beta}$ を求めよ。

(3)　$\sin\theta+\sin 2\theta+\sin 4\theta$ を求めよ。

［２］ １学期計算トレーニング

次の三角関数の値を即答せよ。

余力があれば $\cos\dfrac{\pi}{5}$ の値を導出せよ。

(1)　$\cos\dfrac{\pi}{5}$　(2)　$\cos\dfrac{2}{5}\pi$　(3)　$\cos\dfrac{3}{5}\pi$　(4)　$\cos\dfrac{4}{5}\pi$

入試問題

２０２３年 昭和大学（Ⅰ期） $\boxed{1}$

i を虚数単位として，複素数 $z=\cos\dfrac{2\pi}{5}+i\sin\dfrac{2\pi}{5}$ を考える。

次の $\boxed{}$ を適切な数値で埋めよ。ただし，答えは結果のみを解答欄に記入せよ。

$w=z+z^3$ とし，w と共役な複素数を $\overline{w}$ で表す。このとき $w+\overline{w}=\boxed{(1)}$ である。$w\cdot\overline{w}$ の実部は $\boxed{(2)}$ であり，虚部は $\boxed{(3)}$ である。

点 z^2 と z^3 を焦点とし，焦点からの距離の差が z^2 の虚部で定まる双曲線を考える。この双曲線の漸近線の傾きの絶対値は $\boxed{(4)}$ である。

同じ方法で解ける！

$|z|=1$ であるので，

$$|z|^2=1 \iff z\overline{z}=1 \iff \overline{z}=\frac{1}{z}$$

よって，

$$w=z+z^3,$$

$$\overline{w}=\overline{z}+\overline{z^3}=\overline{z}+(\overline{z})^3=\frac{1}{z}+\frac{1}{z^3}=\frac{z^4}{z^5}+\frac{z^2}{z^5}=z^2+z^4$$

ゆえに

$$w+\overline{w}=z+z^2+z^3+z^4=\frac{z(1-z^4)}{1-z}=\frac{z-z^5}{1-z}=\frac{z-1}{1-z}=-1$$

$$w\cdot\overline{w}=(z+z^3)(z^2+z^4)=z^3+z^5+z^5+z^7=z^2+z^3+2$$

$$=\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}+2+i\left(\sin\frac{4\pi}{5}+\sin\frac{6\pi}{5}\right)$$

ここで，

$$\cos\frac{4\pi}{5}+\cos\frac{6\pi}{5}+2=\cos\frac{4\pi}{5}-\cos\frac{\pi}{5}+2$$

$$=\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{4}\right)-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)+2$$

$$=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}+2$$

$$=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$$

的中！

$$\sin\frac{4\pi}{5}+\sin\frac{6\pi}{5}=\sin\frac{4\pi}{5}-\sin\frac{4\pi}{5}=0$$

よって，$w\cdot\overline{w}$ の実部は $\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$，虚部は 0 である。

覚えておくべき知識を確認済み！

代官山*MEDICAL*
２０２３年入試ズバリ的中！

２０２３年の東京医科大学の入試において，

小問集合の問題が的中！

代官山*MEDICAL* 教材

【A】～【C】２０２２年
***High Level*　医学部の数学①**
【D】夜間学習（２学期）
(*Top/High Level*)

【A】

ある病気 X にかかっている人が 4%いる集団 A がある。病気 X を診断する検査で，病気 X にかかっている人が正しく陽性と判定される確率は 80%である。また，この検査で病気 X にかかっていない人が誤って陽性と判定される確率は 10%である。次の問いに答えよ。

(1) 集団 A のある人がこの検査を受けたところ陽性と判定された。この人が病気 X にかかっている確率はいくらか。

(2) 集団 A のある人がこの検査を受けたところ陰性と判定された。この人が実際には病気 X にかかっている確率はいくらか。

【B】

(4) k が $1 \leqq k \leqq n$ を満たす整数のとき，等式

$k\,{}_n\mathrm{C}_k = n\,{}_{n-1}\mathrm{C}_{k-1}$ が成り立つことを示せ。

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k\,{}_n\mathrm{C}_k$ の値を求めよ。

【C】

複素数 $\alpha = \dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}$ について，α^n が正の実数となるような最小の正の整数 n を求めよ。

【D】

極限値 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-3}\right)^x$ を求めよ。

入試問題

２０２３年　東京医科大学 $\boxed{1}$

(1) ウィルス X に対して陽性または陰性と判定する検査 A に関して次の 2 つのことがわかっている。

（i）ウィルス X に感染している人に検査 A を実施すると，80%の確率で陽性と判定される。

（ii）ウィルス X に感染していない人に検査 A を実施すると，70%の確率で陰性と判定される。

ある集団において，40%の人がウィルス X に感染していることがわかっている。この集団の人に対して検査 A を行って陽性と判定されたとき，実際にウィルス X に感染している条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(k\cdot{}_n\mathrm{C}_k)$ が 10000 を超えるような最小の正の整数 n は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(3) i を虚数単位とする。$(1+i)^n$ が正の実数となるような 3 桁の整数 n は $\boxed{\text{キクケ}}$ 個である。

(4) $f(x) = (1+x)\log(3+x) - (1+x)\log(5+x)$ とするとき，$\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x) = \boxed{\text{コサ}}$ である。

代官山MEDICAL
２０２３年入試ズバリ的中！

大阪医科薬科大学（前期）の入試において，

複素数平面に関する問題が的中！

代官山*MEDICAL* 教材

２０２２年　医学部の数学ハンドブック

基本事項 129【実数係数の n 次方程式の虚数解】(数学Ⅱ・数学Ⅲ)

一般に，実数係数の n 次方程式が虚数解 α をもつならば，その共役複素数 $\overline{\alpha}$ も解となる。

(証明) 2次方程式ver.

[1] $ax^2+bx+c=0$ を解くと $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ となり，確かに共役複素数を解にもつ。

[2] $ax^2+bx+c=0$ が $x=\alpha$ を解にもつとすると

$a\alpha^2+b\alpha+c=0$ が成り立つ。

このとき，

$\overline{a\alpha^2+b\alpha+c}=\overline{c}$ であるので，

$\overline{a}\cdot\overline{\alpha^2}+\overline{b}\cdot\overline{\alpha}+\overline{c}=\overline{0}$

ここで，a，b，c，0 は実数であるので

$a\cdot\overline{\alpha^2}+b\cdot\overline{\alpha}+c=0$

$a\cdot\left(\overline{\alpha}\right)^2+b\cdot\overline{\alpha}+c=0$

となり，$x=\overline{\alpha}$ も方程式の解となる。

全く同じ方法で証明可能！

的中！

入試問題

２０２３年　大阪医科薬科大学（前期）[３]

(1) n を 2 以上の整数とする。実数係数の n 次方程式 $f(x)=0$ が虚数解 α をもつならば，α の共役複素数 $\overline{\alpha}$ も $f(x)=0$ の解であることを示せ。

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　*High Level* 医学部の数学②テストゼミ（基本）

複素数 z を $z=\cos\dfrac{2\pi}{7}+i\sin\dfrac{2\pi}{7}$ とおく。

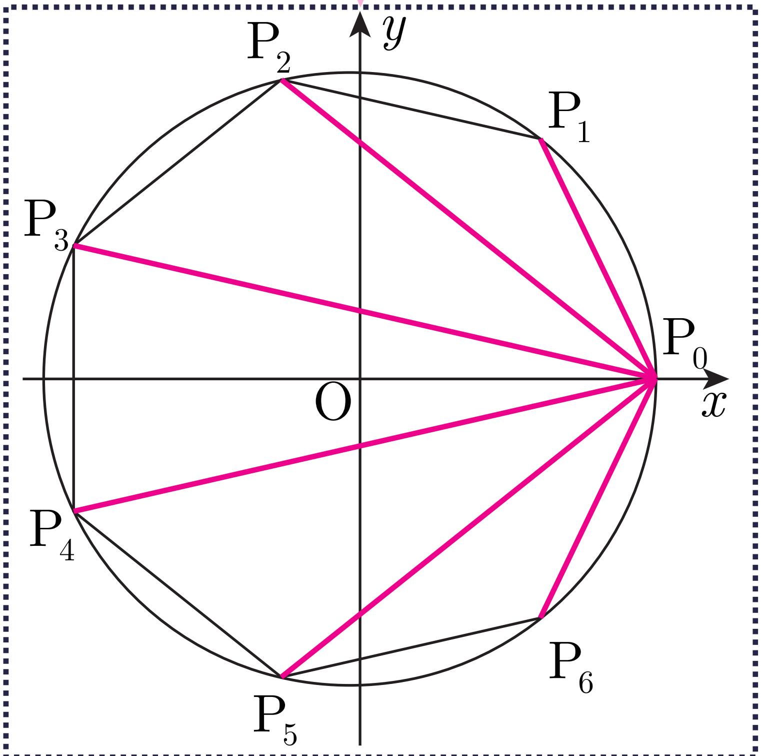
原点を O とする複素数平面において，$1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6$ が表す点を，それぞれ $P_0, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$ とする。

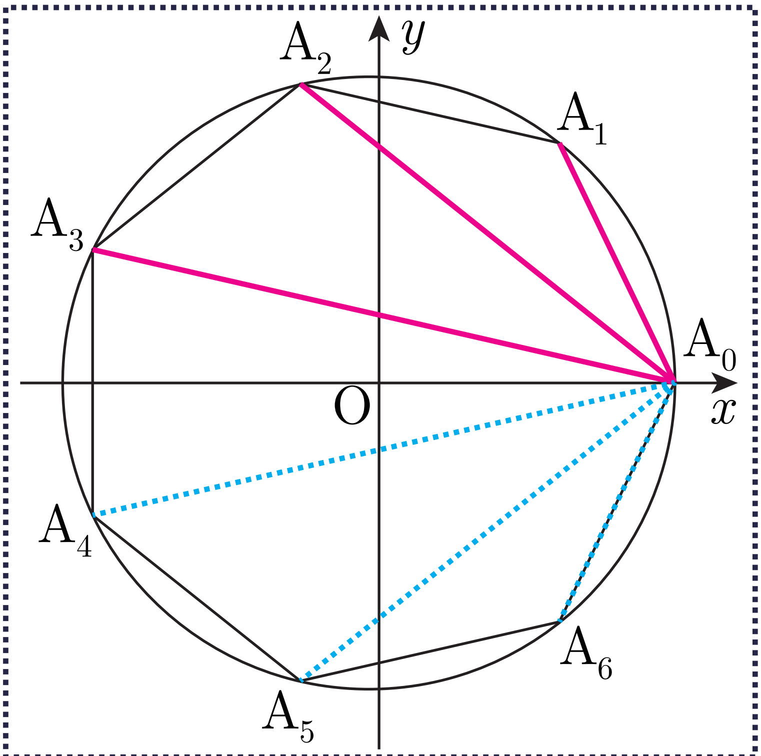
(1) $z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6$ の値を求めよ。

(2) $(1-z)(1-z^2)(1-z^3)(1-z^4)(1-z^5)(1-z^6)$ の値を求めよ。

(3) $P_0P_1\cdot P_0P_2\cdot P_0P_3\cdot P_0P_4\cdot P_0P_5\cdot P_0P_6$ の値を求めよ。

(以下略)





$\left(A_0A_1\times A_0A_2\times A_0A_3\times\cdots\cdots\times A_0A_n\right)^2=A_0A_1\times A_0A_2\times A_0A_3\times\cdots\cdots\times A_0A_{2n+1}$

と気がつければ全く同じ方法で解ける！

$\boxed{n=7}$

入試問題

２０２３年　大阪医科薬科大学（前期）[３]

(2) n を正の整数とする。

半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形 $A_0A_1A_2\cdots\cdots A_{2n-1}A_{2n}$ について，n 個の線分の長さの積 $A_0A_1\times A_0A_2\times A_0A_3\times\cdots\cdots\times A_0A_n$ を L とする。

複素数平面上で中心 O，半径 1 の円に内接する正 $2n+1$ 角形 $A_0A_1A_2\cdots\cdots A_{2n-1}A_{2n}$ を考えることで，L を求めよ。

曲率中心/n進法に関する問題が的中！

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　高３*High Level* 過去問演習７－３【C】

$y=x^2$ で表される放物線上の点 A$(t,\ t^2)$ における法線と，$(t+h,\ (t+h)^2)$ における法線をとり，二つの法線の交点を考える。$h \to 0$ としたときの交点を，点 A の曲率中心と呼ぶ。点 A$(t,\ t^2)$ での曲率中心は $(x(t),\ y(t)) = (at^b,\ ct^d+e)$ とおくと，$a=\boxed{\text{アイ}}$，$b=\boxed{\text{ウ}}$，$c=\boxed{\text{エ}}$，$d=\boxed{\text{オ}}$，$e=\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

出典：順天堂大学 2012 年(改題)

見た目は異なるが全く同じ問題！

入試問題

２０２３年　大阪医科薬科大学（前期）[１]

座標平面上で，放物線 $C: y=x^2$ 上の異なる 2 点 A$(a,\ a^2)$ と B$(b,\ b^2)$ における 2 本の法線の交点を P とし，点 B を点 A に限りなく近づけたときに点 P が近づく点を Q とする。

(1) 放物線 C の点 A における法線の方程式を求めよ。

(2) Q の座標を a を用いて表せ。

(3) a が $-1 \leqq a \leqq 1$ の範囲を動くとき，点 Q が描く曲線の長さを求めよ。

代官山 *MEDICAL* 教材

２０２２年　*High Level* 医学部の数学②

(3) 10 進法で表された $20!$ を 2 進法で表すとき，末尾に続く 0 の個数は $\boxed{}$ である。

２進法→９進法とすれば同じ！

入試問題

２０２３年　大阪医科薬科大学（前期）[１]

n を正の整数とし，$n!$ を 9 進法で表したときに末尾に並ぶ 0 の個数を $f(n)$ で表す。例えば，$10! = 3628800 = 6740700_{(9)}$ より，$f(10)=2$ である。

(1) $f(8)$ および $f(6789)$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) k を 0 以上の整数とする。$f(n)=k$ のとき，$4k<n$ を示せ。

(3) $f(n)=1000$ を満たす最小の n を求めよ。